



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ
ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ



ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ທົວປິດສອບເສັງຈີບຂັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນປາຍ (ມ.7)

ເອກະພາບທົ່ວປະເທດ ສຶກຮຽນ 2012-2013

ວິຊາ: ຄະນິດສາດ

ເວລາ 120 ນາທີ

❖ ສໍາລັບຂໍ້ 1 ແລະ 2, ໃຫ້ເລືອກເອົາຄໍາຕອບທີ່ຖືກຕ້ອງພຽງຂໍດຽວ ແລ້ວຂຽນໃສ່ເຈັບຄໍາຕອບ.

1. ຂັ້ນຂອງພະຫຼຸມືດ $P(x) = (x^3 + 3x^2 - 9)^{2013} + (x^2 - 8x + 5)^{2556}$ ແມ່ນ:

ກ. 2556 ຂ. 6039 ດ. 5112 ຈ. 4569

2. ຖ້າ $\begin{pmatrix} -3x & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 5y \end{pmatrix}$, ແມ່ນ $(x; y) = \dots$

ກ. (3;1) ຂ. (-3;1) ດ. (-2;1) ຈ. (2;1)

✖ 3. ກຳນົດໃຫ້ $(p \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$ ມີຄໍາຄວາມຈິງຜິດ. ຈຶ່ງຊອກຄໍາຄວາມຈິງຂອງ p ແລະ q .

4. ໃຫ້ $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ແລະ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

ກ. ຈຶ່ງຄິດໄລ່ $\det(B)$ ແລະ B^{-1} ; ຂ. ຈຶ່ງຊອກ $C = A \times B$;

ດ. ຈຶ່ງຊອກຫາຄໍາສະເພາະ ແລະ ເວັກເຕີສະເພາະຂອງມາຕິດ C .

5. ໃຫ້ຕໍ່ລາ f ກຳນົດດ້ວຍ $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$.

ກ. ຈຶ່ງຊອກຫວ່າງກຳນົດຂອງຕໍ່ລາ f ; ຂ. ຈຶ່ງຂຶ້ແຈງວ່າ $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$;

ດ. ຈຶ່ງຄິດໄລ່ $\int f(x) dx$; ຈ. ຈຶ່ງຄິດໄລ່ຜົນບວກ $S = f(1) + f(2) + \dots + f(2012)$.

✖ 6. ໃຫ້ກຸ່ມຈັກກະວານ $U = \{x / x \in N, 1 \leq x \leq 10\}$.

ສອງກຸ່ມ $A = \{x / x \in U, x+1 \geq 4\}$ ແລະ $B = \{x / x \in U, -2 \leq 2x \leq 16\}$.

ກ. ຈຶ່ງຂຽນກຸ່ມ U, A ແລະ B ແບບແຈກປາຍອີງປະກອບ;

ຂ. ຈຶ່ງຂຽນກຸ່ມ $(A \cap B)'$ ແບບແຈກປາຍອີງປະກອບ.

7. ໃຫ້ອັນດັບ $\{a_n\}$ ທີ່ມີຍືດຮ່ວມ $a_n = 2^{n+1} \times 3^{1-n}$, $n \geq 1$.

ກ. ຈຶ່ງຂຶ້ແຈງວ່າ $\{a_n\}$ ແມ່ນອັນດັບທະວີຖຸນ; ຂ. ຈຶ່ງຊອກຫາຜົນບວກ 5 ພິດທໍາອິດຂອງ $\{a_n\}$;

ດ. ຈຶ່ງກວດເບິ່ງວ່າ ແຊີ $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n+1} \times 3^{1-n}$ ເປັນແຊີຈົມ ຫຼື ຫວາ.

8. ກ. ໃຫ້ມູມ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$, ຈຶ່ງຄິດໄລ່ $\cos \theta$ ແລະ $\tan \theta$.

ຂ. ຈຶ່ງພິສຸດສະເໜີຜົນ: $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$.

ຂະໜານຕອບ ວິຊາ: ຄະນິດສາດ ມ.7(ສີກຽງມ 2012-2013).

ຄໍາຖາມ	ຂະໜານຕອບ	ຄະແນນ
1.	ຂ. 6039	0,5
2.	ຄ. $(-2; 1)$	0,5
3.	<p>ເຮົາໃຊ້ແຜນວາດແບບຢ່າໄມ້ ($p \wedge \neg q$) $\Rightarrow \neg p$</p>	0,5
	ຈາກແຜນວາດ, ສະຫຼຸບໄດ້ວ່າ: p ມີຄ່າຄວາມຈິງທຶກ(T) ແລະ q ມີຄ່າຄວາມຈິງຜິດ(F).	0,5
4.	<p>ໃຫ້ $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ແລະ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$</p> <p>ກ. $\det(B) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 1 = 3.$</p> <p>ເຮົາໄດ້ $B^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$</p> <p>ຂ. ເຮົາໄດ້ $C = A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 & 2+4 \\ 2+1 & 1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$</p> <p>ຄ. ຂອກຫາຄ່າສະເພາະ ແລະ ເວັກເຕີສະເພາະຂອງມາຕຣິດ $C = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$</p> <ul style="list-style-type: none"> ຂອກຄ່າສະເພາະ λ ຂອງ C: <p>ເຮົາແກ່ສິນເຜີນ $\begin{vmatrix} 6-\lambda & 6 \\ 3 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \lambda(\lambda - 9) = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 9$</p> <ul style="list-style-type: none"> ຂອກເວັກເຕີສະເພາະຂອງ C: ວ່າ $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ ມາຕຣິດກິວປະສານຂອງເວັກເຕີສະເພາະ + ສໍາລັບ $\lambda = 0$, ເຮົາໄດ້: $\begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x_1 + 6x_2 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_2 = -x_1$ ຖ້າ $x_1 = 1, x_2 = -1 \Rightarrow x^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ + ສໍາລັບ $\lambda = 9$, ເຮົາໄດ້: $\begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x_1 + 6x_2 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2}x_1$ ຖ້າ $x_1 = 2, x_2 = 1 \Rightarrow x^{(2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 	0,25
5.	<p>ເພີ່ມໃຫ້ $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$</p> <p>ກ. ຕໍ່ລາກໍານິດໄດ້ເມື່ອ: $x(x+1) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$ ແລະ $x \neq -1$ ຈຶ່ງໄດ້ $D_f = \mathbb{R} - \{-1; 0\}$</p>	0,5

	<p>ຂ. ເຮົາມີ: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-x}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)} = f(x)$ ສະແດງວ່າ: $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$</p>	0,5
	<p>ຄ.ເຮົາໄດ້: $\int f(x) dx = \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{x+1} = \ln x - \ln x+1 + c, \quad c \in \mathbb{R}$</p>	0,5
	<p>ງ. ເຮົາມີ $S = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2012} - \frac{1}{2013}\right) = 1 - \frac{1}{2013} = \frac{2012}{2013}$</p>	0,5
6.	<p>ກ. ເຮົາໄດ້ $U = \{x/x \in N, 1 \leq x \leq 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$</p> <p>$A = \{x/x \in U, x+1 \geq 4\} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$</p> <p>$B = \{x/x \in U, -2 \leq 2x \leq 16\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$</p> <p>ຂ. $(A \cap B) = U - (A \cup B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} = \{1, 2, 9, 10\}$</p>	0,5 0,25 0,25 0,5
7.	<p>ໃຫ້ອັນດັບ $\{a_n\}$ ທີ່ມີພິດທີ່ວ່ໄປ $a_n = 2^{n+1} \times 3^{1-n}, \quad n \geq 1$.</p> <p>ກ. ເຮົາມີ: $a_n = 2^{n+1} \times 3^{1-n} = \frac{2^{n+1} \times 2^2}{3^{n-1}} = 4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ ເຊິ່ງແມ່ນພິດທີ່ວ່ໄປຂອງອັນດັບທະວີຄຸນ ມີພິດທຳອິດ $a_1 = 4$ ແລະ ຕົວທະວີ $r = \frac{2}{3}$</p> <p>ຂ.ເຮົາໄດ້: $S_5 = \frac{4 \times \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^5\right]}{1 - \frac{2}{3}} = 12 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^5\right) = \frac{844}{81}$</p> <p>ຄ. ແຊື້ $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{n+1} \times 3^{1-n}$ ແມ່ນແຊື້ອັນດັບທະວີຄຸນທີ່ມີຕົວທະວີ $r = \frac{2}{3} < 1$ ດັ່ງນັ້ນ, ແຊື້ $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{n+1} \times 3^{1-n}$ ຈຶ່ງເປັນແຊື້ຈົມ.</p>	0,5 0,5 0,5
8.	<p>ກ. ໃຫ້ມູມ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$. ຄືດໄລ່ $\cos \theta$ ແລະ $\tan \theta$.</p> <p>$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$ ຢ້ອມ: $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$</p> <p>ຈຶ່ງໄດ້ $\cos \theta = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ແລະ $\tan \theta = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.</p> <p>ຂ. ພິສຸດວ່າ: $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$</p> <p>ວາງ: $\begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \alpha \\ \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{1}{3} \\ \tan \beta = \frac{1}{2} \end{cases}$ ສະແດງວ່າເຮົາຕ້ອງພິສຸດ: $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$</p> <p>ເຮົາມີ $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \times \tan \beta} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$</p> <p>ເຮົາຈຶ່ງໄດ້ $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25